Examen GME06 - ENSGSI 1ère année - 18 mars 2004

S. Dufour - G. Vinsard

Durée 2h - documents autorisés

Q1) Donner la source du problème de thermique d'une application de chauffage par induction. Préciser les éventuels cas limites.

Q2) Donner les différentes conditions aux limites à l'interface métal-air du problème de chauffage par induction.

Q3) On souhaite résoudre le problème

$$\frac{d}{dx}\lambda(x)\frac{dT}{dx} + \dot{q}(x) = 0$$

$$\lambda(0)\left(\frac{dT}{dx}\right)_0 = 0$$

$$-\lambda(L)\left(\frac{dT}{dx}\right)_L = h_L T(L)$$

par la méthode des éléments finis. On suppose chaque segment de la discrétisation équidistant ($h = x_{i+1} - x_i$). La conductivité est constante sur chaque segment :

$$\lambda(x) = \lambda_i \qquad \text{sur } [x_i, x_{i+1}]$$

La densité de puissance est linéaire par morceaux sur chaque segment :

$$\dot{q}(x) = \dot{q}_i(1 + 2(x - x_i)/\delta) \qquad \text{sur } [x_i, x_{i+1}]$$

a) Trouver les matrices élémentaires sur chaque segment

b) Mettre le problème sous forme d'un système linéaire.

Q4) Ecrire la décomposition de la matrice A sous forme $L\,L^t$:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 10 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

en précisant les étapes de calcul. Résoudre le système linéaire $AX = B$.

Q5) Résoudre le même système en utilisant le fait que A est tridiagonale.

Q6) Ecrire l'algorithme permettant de calculer $\exp x$ au voisinage de zéro en utilisant un développement de Taylor à l'ordre n.

Q1) 2pts Q2) 3pts Q3) 4pts Q4) 4pts Q5) 4pts Q6) 3pts